ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ, ОТЛИЧНЫЕ ОТ ЗАКОНА ДАРСИ

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНА ДАРСИ

- В некоторых практически важных ситуациях при фильтрации жидкостей — речь идет об однородных жидкостях, целиком заполняющих недеформируемые изотропные пористые среды — наблюдаются отступления от классического закона Дарси. Эти отклонения связаны с двумя причинами.
- *Первая* — это немалость скоростей движения жидкости внутри пор, т.е. невозможность пренебречь инерционными членами в микроскопических уравнениях.
- *Вторая* причина состоит в отличии реологических соотношений фильтрующейся жидкости от закона Навье – Стокса, причем неньютоновское поведение жидкостей при течении внутри порового пространства может проявляться как в узкой пристеночной области, так и во всем объеме жидкости

ВИД ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ НЕМАЛЫХ СКОРОСТЯХ ФИЛЬТРАЦИИ

- Предполагая для простоты, что массовые силы отсутствуют, установим общий вид зависимости градиента давления от скорости фильтрации с использованием теории размерностей.
- Модуль градиента давления |grad p| при стационарной фильтрации зависит, кроме модуля скорости фильтрации u, от свойств жидкости (плотности ρ и вязкости μ) и пористой среды (характерного размера пор d, пористости m и, возможно, других скалярных безразмерных параметров Aα, определяющих геометрию порового пространства):

$$|\operatorname{grad} p| = F(u, \rho, \mu, d, m, a_\alpha),$$

и применение π-теоремы дает зависимость:

$$|\mathrm{grad}\, p| = \frac{\mu u}{d^2} \cdot \Phi(\mathsf{Re}, m, a_\alpha), \qquad \mathsf{Re} = \frac{\rho u d}{\mu}.$$

Что касается направления вектора *grad p*, то, как нетрудно видеть, он должен быть параллелен вектору **u**. В самом деле, в прямоугольной декартовой системе координат зависимость компонент вектора *grad p* от компонент вектора скорости фильтрации **u** и других определяющих параметров имеет вид:

$$\nabla_k p = \varphi_k(u_j, \rho, \mu, d, m, a_\alpha),$$

- Итак, общий вид закона фильтрации несжимаемой жидкости в изотропной пористой среде можно записать так:

$$\operatorname{grad} p = -\frac{\mu \boldsymbol{u}}{d^2}\,\Phi(\mathrm{Re}, m, a_\alpha).$$

- Зависимость Φ(Re) в двух предельных случаях — при малых и больших числах Рейнольдса — можно установить из общих соображений.

- В случае очень медленных (ползущих) внутрипоровых течений, в которых доминируют вязкие эффекты, зависимость не должна содержать плотность жидкости, выпадающую из уравнений вязкой жидкости в приближении Стокса. Поэтому при Re << 1 функция Ф не должна зависеть от числа Рейнольдса, и закон фильтрации можно записать в виде:

$$\operatorname{grad} p = -\frac{\mu}{k}\boldsymbol{u}, \quad k = \frac{d^2}{\Phi(0, m, a_\alpha)},$$

- где величина k, имеющая размерность квадрата длины и зависящая только от свойств пористой среды, должна, в силу закона Дарси, совпадать с коэффициентом проницаемости.

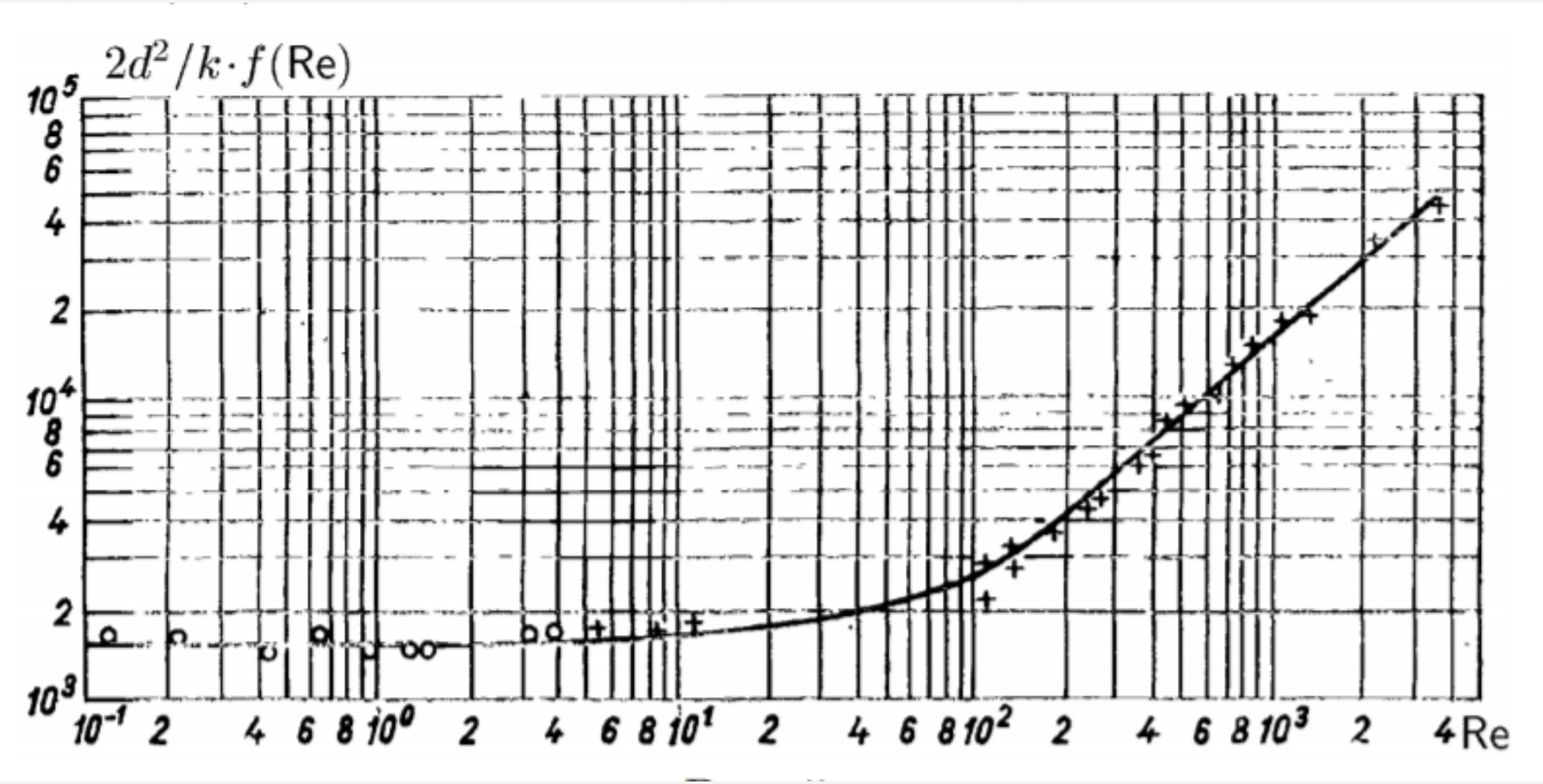
- В противоположном случае быстрых внутрипоровых течений (при Re >> 1) преобладающими должны быть инерционные эффекты, поэтому зависимость градиента давления от скорости фильтрации не должна содержать в главных членах коэффициент вязкости μ. Это дает при больших Re линейную зависимость Φ(Re) и квадратичную зависимость |grad p| от u.
- Если нормировать функцию Φ(Re), вводя обозначение

$$f(\mathrm{Re}) = \Phi(\mathrm{Re})/\Phi(0),\ \ f(0) = 1,\ \ f(\mathrm{Re}) = O(\mathrm{Re}) \text{ при } \mathrm{Re} \to \infty,$$

- то закон фильтрации принимает окончательный вид

$$0 = -\operatorname{grad} p + \rho \boldsymbol{g} - \frac{\mu}{k}\boldsymbol{u} \cdot f(\mathrm{Re}),\ \ \mathrm{Re} = \frac{\rho u d}{\mu}.$$

- Пример зависимости f(Re), полученной экспериментально для нескольких пористых сред , показан на рисунке



ДВУЧЛЕННЫЙ ЗАКОН ФИЛЬТРАЦИИ

- При практических расчетах закон f(Re) часто аппроксимируют линейной зависимостью, удовлетворяющей требованиям

$$f(\mathrm{Re}) = 1 + \frac{\beta\sqrt{k}}{d}\mathrm{Re},$$

- где β — безразмерный параметр, зависящий от структуры пористой среды (порядка единицы). Это дает двучленный закон фильтрации, называемый также *законом фильтрации Форхгеймера*.

$$0 = -\operatorname{grad} p + \rho \boldsymbol{g} - \frac{\mu}{k}\boldsymbol{u} - \beta\frac{\rho u^2}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\boldsymbol{u}}{u}.$$

О «ТУРБУЛЕНТНОМ» РЕЖИМЕ ФИЛЬТРАЦИИ

- Как видно из рис., отклонения от закона Дарси, которому соответствует горизонтальный участок графика, начинаются при Re порядка единиц (числа Рейнольдса вычисляются по характерному размеру зерен). При дальнейшем повышении скорости фильтрации инерцией жидкости при ее движении в извилистом внутрипоровом пространстве уже нельзя пренебрегать и нужно пользоваться, например, квадратичной зависимостью. Этот закон по своей структуре (квадратичная зависимость от скорости) похож на известную связь сопротивления и скорости при развитом турбулентном движении жидкости в каналах или при обтекании тел потоком. Основываясь на этой формальной аналогии, иногда режим фильтрации в области применимости закона называют «турбулентной фильтрацией».

ФИЛЬТРАЦИЯ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

- Ряд веществ, например растворы полимеров, при простом сдвиге — течении с полем скорости v = (vx(y); 0; 0) — имеет степенную зависимость касательных напряжений от скорости сдвига:

$$\tau_{xy} \sim (e_{xy})^n,$$

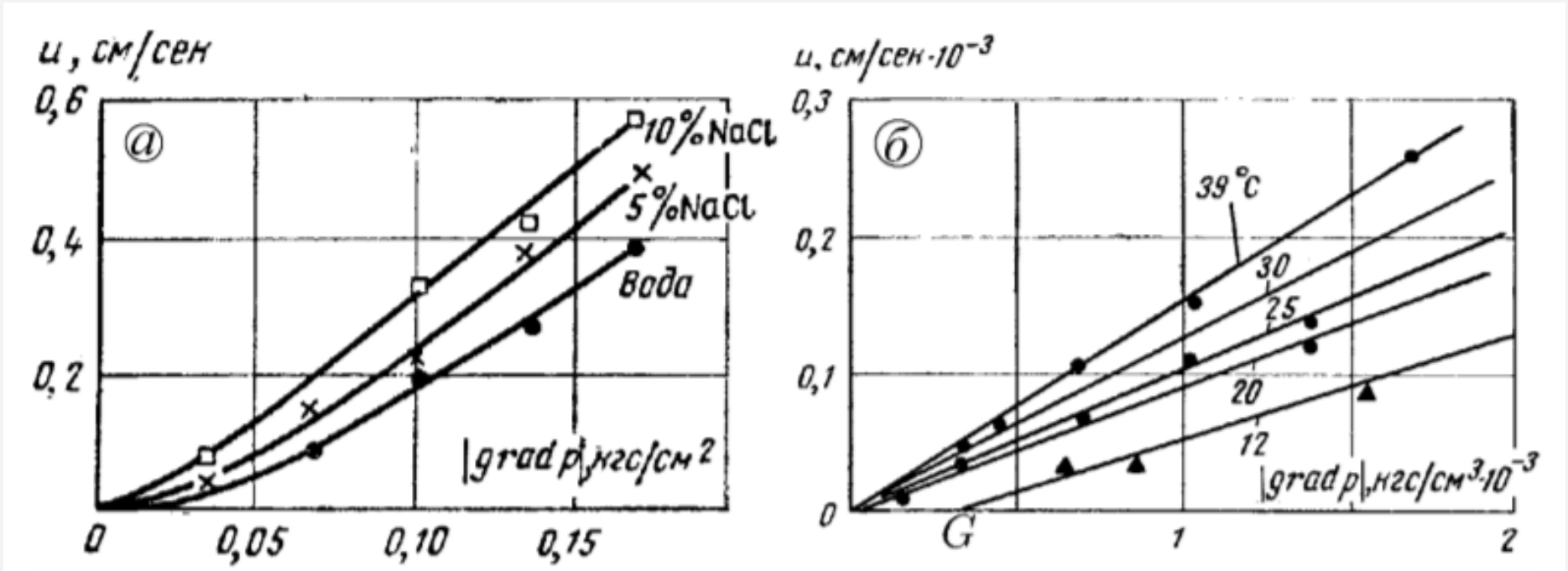
- где n — некоторая константа ; значение n = 1 соответствует обычной ньютоновской жидкости. При течении таких сред в цилиндрическом капилляре радиуса R зависимость скорости от радиальной координаты задается степенной функцией, а связь расхода и градиента давления вдоль капилляра описывается соотношением

$$Q \sim R^{(3n+1)/n} |\operatorname{grad} p|^{1/n},$$

- переходящим при n = 1 в закон Пуазейля. Если в качестве простейшей модели пористой среды рассмотреть пучок параллельных капилляров с некоторым распределением радиусов, то из предыдущей формулы получается степенной закон фильтрации

$$\boldsymbol{u} = -A\,|\operatorname{grad} p|^{\frac{1}{n}-1} \cdot \operatorname{grad} p, \qquad A = \text{const}.$$

- В ряде природных процессов, например при просачивании воды в мелкопористых средах или при фильтрации некоторых нефтей, течение жидкости начинается при превышении модулем градиента давления |grad p| некоторого фиксированного порогового значения G («предельного градиента»), а при меньших градиентах жидкость в порах покоится). В качестве примеров таких законов фильтрации на рисунке показаны экспериментальные зависимости скорости фильтрации от градиента давления для воды в глинизированном песчанике и нефти в песке. Изучение особенностей подобных законов важно при разработке нефтяных месторождений, т.к. большая часть пласта приходится как раз на области малых градиентов.


u, см/сек
0,6
0,4
0,2
0
0,05
0,10
0,15
а
10% NaCl
5% NaCl
Вода
|grad p|, кгс/см²
u, см/сек·10⁻³
0,3
0,2
0,1
0
G
1
2
б
39 °C
30
25
20
12
|grad p|, кгс/см³·10⁻³

- Для моделирования таких явлений часто используется закон фильтрации с предельным (начальным) градиентом

$$\boldsymbol{u} = \begin{cases} -\dfrac{k}{\mu}\left(|\operatorname{grad} p| - G\right) \cdot \dfrac{\operatorname{grad} p}{|\operatorname{grad} p|} & \text{при } |\operatorname{grad} p| \geqslant G, \\ 0 & \text{при } |\operatorname{grad} p| < G. \end{cases}$$

- Презентацию подготовил студент 1 курса магистратуры по специальности «Механика и энергетика»:
- Молдагалиев Алибек Талгатович